

Fecha de recepción: 06 de marzo de 2026, fecha de publicación en línea: junio de 2026.

Modelado Comparativo de Inferencia Difusa para la Estimación del Dwell Time en el Transporte para Personas con Movilidad Limitada

Ricardo Pérez-Cabrera, Rodolfo Eleazar Pérez-Loaiza, Perfecto Malaquías Quintero-Flores,
Paulina Galindo-Garrido, y Omar Atriano-Venta

Tecnológico Nacional de México-Instituto Tecnológico de Apizaco. San Andrés Ahuashuatepec, Municipio de Tzompantepec, Tlaxcala, C.P. 90491, México.

Autor de correspondencia: Ricardo Pérez Cabrera (correo electrónico: m17370613@apizaco.tecnm.mx).

Abstract – The estimation of dwell time associated with boarding and alighting events is a relevant factor in the planning of transport services for passengers with limited mobility, as it directly affects route performance. This study presents a comparative analysis of two fuzzy inference approaches —Mamdani and Sugeno Type 1— for modeling dwell time under uncertain operational conditions, evaluating which architecture is viable for production systems where operational data grows continuously with service use. A dataset of 250 observations was collected through direct field measurements at healthcare facilities in Apizaco, Tlaxcala, Mexico, considering four user categories according to the mobility aid employed: no aid, cane, walker, and wheelchair. A hierarchical modeling structure was adopted to segment the estimation process by category, using a mobility index in the range [1,10] as common input variable. Model performance was evaluated using RMSE, MAE, MAPE, and R^2 under a 5-fold cross-validation scheme and compared against a linear regression baseline. Results show that the Sugeno Type 1 model achieves R^2 between 0.953 and 0.990 across all categories on unseen data, consistently outperforming both the Mamdani model and the linear regression baseline. The Mamdani model, while producing acceptable results on the full dataset, exhibits severe performance degradation under cross-validation due to its static expert-defined parameters, obtaining negative R^2 values in all categories. These findings indicate that the Sugeno Type 1 formulation provides the necessary robustness for adaptive transport planning frameworks, as its data-driven calibration allows automatic recalibration as new operational records become available.

Keywords: Dwell time, fuzzy inference systems, Mamdani model, Sugeno Type 1 model, transport planning.

I. INTRODUCCIÓN

El acceso oportuno a la atención médica constituye un componente esencial del derecho a la salud, ampliamente reconocido en marcos internacionales de derechos humanos [1]. Sin embargo, en México, diversos sectores de la población —personas con discapacidad, adultos mayores y mujeres embarazadas— enfrentan dificultades significativas para desplazarse hacia los servicios de salud, lo que limita el ejercicio efectivo de dicho derecho [2].

En el municipio de Apizaco, Tlaxcala, las limitaciones estructurales del transporte público afectan de manera particular a las personas con movilidad limitada. Si bien existen iniciativas estatales y municipales orientadas a facilitar el traslado de estos grupos, su cobertura y frecuencia resultan insuficientes para atender la demanda cotidiana [3]. En consecuencia, se requieren estrategias de planificación más precisas que permitan optimizar los recursos de transporte disponibles y, a la vez, contribuir a mejorar la accesibilidad efectiva a los servicios de salud.

En este contexto, se propone el desarrollo de modelos basados en Sistemas de Inferencia Difusa para estimar los tiempos de ascenso y descenso (dwell time) asociados a usuarios con movilidad limitada. Este componente es crítico dentro de esquemas de planificación de rutas basados en el Dial-a-Ride Problem (DARP), ya que una estimación inadecuada del tiempo de servicio en parada puede degradar la programación, incrementar retrasos acumulados y afectar el cumplimiento de ventanas de tiempo [4]. Para construir y evaluar los modelos se emplea un conjunto de registros obtenidos mediante observación directa en hospitales y centros de salud del municipio de Apizaco, segmentado por tipo de herramienta de apoyo utilizada por el usuario.

A diferencia de enfoques deterministas, la inferencia difusa permite representar la variabilidad del proceso de servicio mediante variables lingüísticas asociadas tanto a condiciones del usuario como del entorno, aspecto particularmente relevante cuando el fenómeno presenta incertidumbre y transiciones graduales entre estados [5]. En este trabajo se consideran dos formulaciones de inferencia difusa: un modelo

de tipo Mamdani, orientado a una representación interpretable basada en consecuentes difusos y parámetros definidos por diseño experto, y un modelo de tipo Sugeno, que calibra sus consecuentes directamente a partir de los datos mediante mínimos cuadrados ponderados, permitiendo su actualización automática conforme se incorporan nuevos registros operativos [6]. La elección entre ambas arquitecturas no es trivial en entornos de transporte accesible, donde el conocimiento experto disponible puede ser limitado o variable según el contexto operativo.

El objetivo principal de esta investigación es modelar un sistema difuso capaz de representar la variabilidad de los tiempos de servicio (dwell time) mediante variables lingüísticas asociadas a la movilidad del usuario y la accesibilidad del entorno, y comparar el desempeño de las inferencias Mamdani y Sugeno en la estimación de dichos tiempos bajo una arquitectura jerárquica segmentada por tipo de herramienta de apoyo.

Los objetivos específicos incluyen:

1. analizar estadísticamente los datos obtenidos por medio de observación para definir los universos de discurso y las funciones de membresía;
2. implementar los modelos difusos en Python como herramienta complementaria para su posible integración en un esquema DARp; y
3. validar y contrastar el desempeño de ambos enfoques mediante métricas de error y coeficientes de ajuste, empleando validación cruzada k-fold y comparación contra un modelo de regresión lineal como referencia.

II. TRABAJOS RELACIONADOS Y FUNDAMENTO TEÓRICO

A. Aplicaciones de Inferencia tipo Mamdani

Los sistemas Mamdani han sido valorados por su alta interpretabilidad lingüística. En este ámbito, Saw et al. [5] utilizaron este enfoque para modelar la percepción del tiempo de viaje, demostrando que la lógica difusa puede capturar la subjetividad de los usuarios bajo condiciones variables. Por otro lado, Sun [7] aplicó un control Mamdani para ajustar los tiempos de parada en estaciones ferroviarias basándose en la demanda operativa. En un contexto más amplio de movilidad, Amini et al. [8] desarrollaron un sistema Mamdani para predecir la severidad de la congestión vehicular en redes de autopistas, modelando mediante reglas difusas las relaciones no lineales entre flujo, longitud de segmento y número de carriles. Aunque el modelo de Sun [7] integra el dwell time como variable explícita, el modelo se orienta al control del sistema masivo y no analiza el proceso físico de abordaje, especialmente en usuarios con necesidades específicas.

B. Precisión mediante Sistemas tipo Sugeno

Cuando el objetivo es la precisión numérica y el ajuste mediante datos históricos, los modelos Sugeno y las arquitecturas neuro-difusas (ANFIS — Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System) presentan ventajas comparativas. Seman et al. [9] desarrollaron un modelo Sugeno para estimar el dwell time en sistemas BRT, logrando una calibración efectiva entre la ocupación del vehículo y la duración de la

parada. Asimismo, trabajos como los de Chandomí y Escobar [10] y Gholami et al. [11] confirman que los modelos basados en Sugeno suelen superar a los métodos tradicionales en tareas de pronóstico temporal. Estos estudios tratan el tiempo de servicio como una variable agregada, omitiendo las condiciones de accesibilidad y movilidad limitada.

Si bien la comparación entre arquitecturas Mamdani y Sugeno ha sido abordada en contextos de transporte continuo —como la calibración de modelos de seguimiento vehicular, donde Takagi-Sugeno demostró ventajas de precisión frente a Mamdani con un MAE de 2.54 s contra 9.38 s [12]— su aplicación al dwell time diferenciado por herramienta de apoyo no ha sido explorada. Los estudios que abordan el dwell time como variable dependiente tratan a los pasajeros como una población homogénea o lo segmentan únicamente por método de pago y número de pasajeros [13], omitiendo las diferencias operativas que introduce el tipo de dispositivo de movilidad. El único antecedente empírico que cuantifica estas diferencias es Kostyniuk y D'Souza [14], quienes reportan tiempos medios de 118 s para usuarios de silla de ruedas con rampa desplegada, frente a 39 s para usuarios ambulatorios con dispositivo de apoyo y 14 s sin dispositivo, en autobuses de piso bajo, pero sin modelar la relación mediante sistemas de inferencia difusa.

C. Posicionamiento del Estudio

La revisión de la literatura no reporta estudios que comparen empíricamente ambas arquitecturas de inferencia difusa bajo una segmentación jerárquica por tipo de herramienta de apoyo, con datos recolectados en campo en instalaciones de salud, y evaluados mediante validación cruzada k-fold que permita cuantificar la capacidad de generalización de cada modelo ante datos no vistos durante su diseño o calibración.

Esta distinción es metodológicamente relevante porque el desempeño de un modelo sobre el conjunto completo de datos no equivale a su viabilidad operativa. El sistema Mamdani depende de parámetros definidos por diseño experto que permanecen estáticos durante la operación; en un entorno donde el perfil de usuarios varía y el conocimiento experto disponible es limitado, esta rigidez puede traducirse en una degradación severa del desempeño ante subconjuntos de datos con distribución local diferente a la global. El sistema Sugeno, por su parte, calibra sus coeficientes directamente a partir de los datos de entrenamiento disponibles en cada iteración, lo que en principio le confiere mayor robustez ante esta variabilidad. Sin embargo, estas propiedades estructurales no garantizan por sí solas un desempeño superior en un contexto específico.

La contribución central del presente trabajo es, por tanto, doble: (i) construir y evaluar, por primera vez en este dominio, un estimador de dwell time segmentado por herramienta de apoyo a partir de datos reales de transporte accesible en un municipio mexicano, y (ii) demostrar empíricamente, mediante validación cruzada k-fold, que la aparente equivalencia entre ambas arquitecturas sobre el conjunto completo de datos oculta una diferencia fundamental en su capacidad de generalización, con implicaciones directas para la selección de arquitectura en sistemas operativos de transporte accesible.

III. METODOLOGÍA

La metodología se organizó en fases consecutivas que permiten transitar desde la adquisición de datos en campo hasta la construcción y evaluación comparativa de los modelos de inferencia. El procedimiento general abarca el procesamiento estadístico, el diseño de la arquitectura jerárquica y la implementación paralela de los sistemas Mamdani y Sugeno. La secuencia general del procedimiento se sintetiza en la Figura 1, la cual resume la transición desde el muestreo en campo hasta la comparación entre sistemas Mamdani y Sugeno.

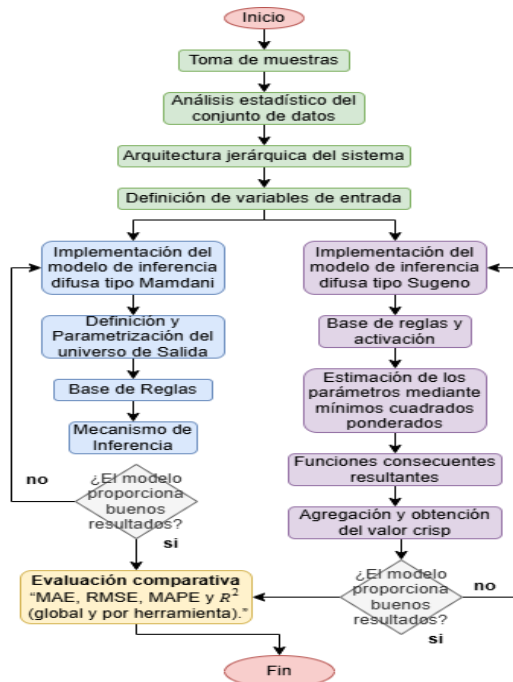


Figura 1. Esquema general de la metodología empleada para el desarrollo del modelo FIS.

A. Toma de muestras

El estudio se fundamentó en un conjunto de 250 registros obtenidos mediante observación directa en instalaciones de salud del municipio de Apizaco, Tlaxcala. La variable principal, dwell time, se definió como la duración total del evento de servicio (ascenso/descenso). En cada observación se capturaron tres elementos: (i) la magnitud temporal del evento en segundos, (ii) el índice de movilidad estimado durante la interacción y (iii) la herramienta de apoyo utilizada (cuando aplica).

El índice de movilidad fue asignado mediante observación directa siguiendo cuatro criterios operacionales predefinidos: velocidad de aproximación a la puerta, presencia de pausas durante el ascenso, necesidad de apoyo externo y tiempo de acomodo dentro del vehículo. Estos criterios corresponden a comportamientos directamente observables y temporalmente diferenciables durante el evento de servicio, sin requerir interpretación clínica del estado funcional del usuario. La relación entre el tipo de herramienta de apoyo y el tiempo de servicio no se asume a priori sino que está documentada

empíricamente: Kostyniuk y D'Souza [14] reportan tiempos medios de 118 s para usuarios de silla de ruedas, 39 s para usuarios con dispositivo de apoyo y 14 s para usuarios sin dispositivo, diferencias que se replican cualitativamente en los datos del presente estudio (Tabla I). Las observaciones fueron realizadas por un único evaluador, limitación reconocida en términos de consistencia interobservador y coherente con estudios previos donde el análisis por observador único ha sido el método primario en contextos de transporte accesible [14]. Cabe señalar que el índice cumple la función de variable de entrada al sistema y no constituye el resultado central del estudio; las conclusiones descansan sobre la comparación mediante k-fold, esquema independiente del procedimiento de asignación del índice.

B. Análisis estadístico del conjunto de datos

Se efectuó un análisis descriptivo para caracterizar el comportamiento del dwell time bajo diferentes condiciones de servicio. Para cada grupo de usuarios, se calcularon medidas de tendencia central y dispersión, cuyos resultados se presentan en la Tabla I.

Tabla I. Estadísticos descriptivos del dwell time conforme a la herramienta de apoyo utilizada.

Estadísticos						
Herramienta	N	$\bar{X}$ (s)	X_{min} (s)	X_{max} (s)	s (s)	s^2 (s)
Sin herramienta	60	13.04	4.12	25.80	4.75	22.54
Bastón	85	29.82	5.44	62.39	12.18	148.33
Andadera	75	38.52	13.63	85.94	16.59	275.25
Silla	30	102.11	18.43	163.87	41.32	1707.16

Los resultados muestran que la magnitud y variabilidad del dwell time aumentan progresivamente con el nivel de asistencia requerido: los usuarios sin herramienta presentan tiempos reducidos y estables, mientras que los usuarios en silla de ruedas registran los valores más elevados y heterogéneos, justificando la segmentación jerárquica adoptada.

C. Arquitectura jerárquica del sistema

Para reflejar la heterogeneidad detectada, se definió una arquitectura jerárquica en la que el sistema identifica el tipo de herramienta de apoyo del usuario y activa el submodelo correspondiente. Esto evita tratar con un único modelo situaciones con patrones temporales divergentes, preservando la comparabilidad al mantener una lógica de segmentación común para ambos enfoques de inferencia.

D. Definición de variables de entrada

Como variable de entrada común para ambos sistemas de inferencia se estableció el Índice de Movilidad (x), definido en un universo de discurso continuo $U \in [1, 10]$. Este rango representa la capacidad funcional del usuario, donde $x = 1$ denota una movilidad severamente restringida y $x = 10$ una movilidad plena sin asistencia.

Para la fuzzificación de esta variable, se diseñó una partición lingüística compuesta por cinco términos lingüísticos:

Movilidad: Muy Baja, Baja, Media, Alta, Muy Alta

La función de pertenencia (μ) seleccionada para modelar estos conjuntos es de tipo gaussiana, debido a su capacidad para representar la incertidumbre con suavidad y derivabilidad en todo el dominio, característica deseable para la estabilidad del sistema de inferencia. Matemáticamente, el grado de pertenencia de un valor x al conjunto A_i se define por:

$$\mu_{A_i}(x; c_i, \sigma_i) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c_i}{\sigma_i}\right)^2\right) \quad (1)$$

Donde c_i representa el centro (media) del conjunto difuso y σ_i determina el ancho de banda (desviación estándar), controlando la superposición entre conjuntos adyacentes. Los parámetros específicos ajustados para el modelo se detallan en la Tabla II.

Tabla II. Parámetros de las Funciones de Membresía para la Variable Movilidad.

Termino lingüístico	<i>Sin herramienta</i> (c, σ)	<i>Bastón</i> (c, σ)	<i>Andadera</i> (c, σ)	<i>Silla</i> (c, σ)
Muy Baja (MB)	(1.0, 1.0)	(1.0, 1.0)	(1.0, 1.0)	(1.0, 1.0)
Baja (B)	(3.0, 1.0)	(3.0, 0.875)	(3.0, 0.9)	(3.0, 0.875)
Media (M)	(5.5, 1.0)	(5.5, 1.0)	(5.5, 1.2)	(5.5, 1.0)
Alta (A)	(8.0, 1.0)	(8.0, 0.875)	(8.0, 0.9)	(8.0, 0.875)
Muy Alta (MA)	(10.0, 1.0)	(10.0, 1.0)	(10.0, 1.0)	(10.0, 1.0)

A modo ilustrativo, la Figura 2 muestra la representación del universo de entrada Movilidad en el sistema Sin Herramienta junto a los conjuntos difusos que lo conforman.

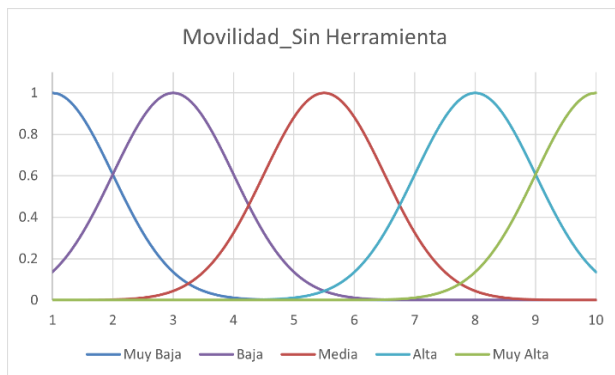


Figura 2. Universo de entrada correspondiente a la variable Movilidad en el sistema Sin herramienta

E. Implementación del modelo de inferencia difusa tipo Mamdani

Para el primer enfoque de estimación, se diseñó un esquema de inferencia tipo Mamdani con entradas tipo singleton (valores nítidos). El sistema conserva las etapas clásicas de fuzzificación, evaluación de reglas, implicación, agregación y defuzzificación, implementadas de forma independiente para cada uno de los cuatro submodelos (Sin herramienta, Bastón, Andadera y Silla de ruedas).

a) Definición y Parametrización del universo de Salida

La variable de salida y corresponde al dwell time. A diferencia de una partición uniforme, los universos de salida U_y se acotaron según los registros observados en campo (mínimos y máximos por grupo) y la parametrización de los conjuntos difusos se fundamentó en la distribución estadística de los datos como se muestra en la Tabla III.

Tabla III. Límites del Universo de Discurso de Salida (U_y) por Submodelo.

Termino lingüístico	Límite Inferior (t_{min})	Límite Superior (t_{max})
Sin herramienta	4.0 s	26.0 s
Bastón	5.0 s	63.0 s
Andadera	13.0 s	86.0 s
Silla de ruedas	18.0 s	164.0 s

Como criterio de ajuste inicial, los parámetros (c, σ) de cada término de salida se determinaron basándose en los cuantiles característicos de los datos, estimando el ancho de banda σ a partir del Rango Intercuartílico (IQR) ajustado por el factor de normalidad ($k \approx 1.349$). Posteriormente, se realizaron ajustes finos manuales para garantizar la cobertura del universo y la interpretabilidad de las reglas. Los parámetros resultantes para los cinco términos lingüísticos de salida (Muy Corto, Corto, Regular, Largo, Muy Largo) se detallan en la Tabla IV.

Tabla IV. Parámetros de las Funciones de Membresía para la Variable Tiempo.

Termino lingüístico	<i>Sin herramienta</i> (c, σ)	<i>Bastón</i> (c, σ)	<i>Andadera</i> (c, σ)	<i>Silla</i> (c, σ)
Muy Corto (MC)	(4, 2.0)	(5, 6.0)	(13, 6.0)	(18, 15.0)
Corto (C)	(9, 2.25)	(19, 7.0)	(31, 8.0)	(54, 16.0)
Regular (R)	(15, 2.0)	(34, 6.0)	(49.5, 10.0)	(91, 15.0)
Largo (L)	(21, 2.25)	(49, 7.0)	(68, 8.0)	(128, 16.0)
Muy Largo (ML)	(26, 2.0)	(63, 6.0)	(86, 6.0)	(164, 15.0)

A modo ilustrativo, la Figura 3 muestra la representación del universo de salida Tiempo en el sistema Sin Herramienta junto a los conjuntos difusos que lo conforman.

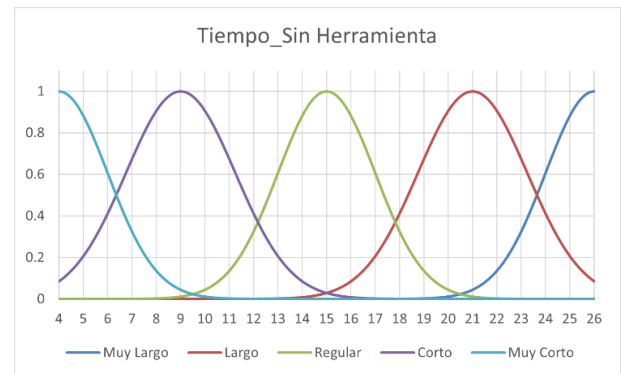


Figura 3. Universo de salida correspondiente a la variable Tiempo en el sistema Sin herramienta

b) Base de Reglas

La base de conocimiento se compone de cinco reglas monotónicas que capturan la relación inversa entre la capacidad de movilidad y el tiempo de servicio requerido. La estructura general para cualquier submodelo es:

- Si Movilidad es Muy baja entonces Tiempo es Muy largo
- Si Movilidad es Baja entonces Tiempo es Largo
- Si Movilidad es Media entonces Tiempo es Regular
- Si Movilidad es Alta entonces Tiempo es Corto
- Si Movilidad es Muy alta entonces Tiempo es Muy corto

c) Mecanismo de Inferencia

El cálculo de la salida procesada sigue cuatro pasos analíticos:

Disparo: Para una entrada x^* , se calcula el nivel de activación:

$$\alpha_i = \mu_{A_i}(x^*) \quad (2)$$

Implicación: Se aplica el operador mínimo para truncar el consecuente:

$$\mu'_{B_i}(y) = \min\{\alpha_i, \mu_{B_i}(y)\} \quad (3)$$

Agregación: Los conjuntos resultantes se combinan mediante el operador máximo:

$$\mu_B(y) = \max_i \{\mu'_{B_i}(y)\} \quad (4)$$

Defuzzificación: El valor numérico final $\hat{y}$ se obtiene mediante el método del centroide:

$$\hat{y} = \frac{\int y \mu_B(y) dy}{\int \mu_B(y) dy} \quad (5)$$

Este procedimiento asegura una respuesta continua y coherente ante las variaciones graduales de la movilidad del pasajero. La Figura 4 ilustra el conjunto agregado y el valor crisp obtenido en el sistema Andadera.

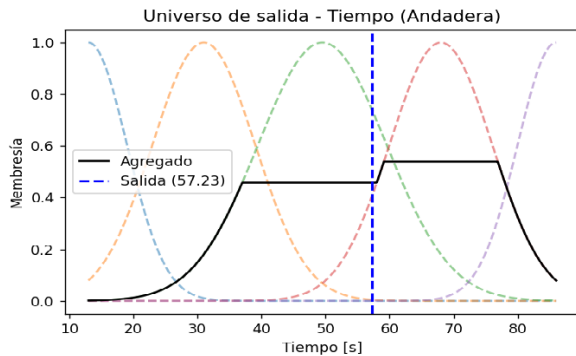


Figura 4. Conjunto de salida agregado y valor crisp obtenido mediante el método del centroide.

F. Implementación del modelo de inferencia difusa tipo Sugeno

Como segundo enfoque de estimación del dwell time se implementó un sistema de inferencia difusa tipo Sugeno de primer orden, manteniendo la misma variable de entrada

(Movilidad) y la misma partición lingüística definida previamente. Esta consistencia estructural permite realizar una comparación directa con el modelo Mamdani, aislando las diferencias atribuibles exclusivamente al mecanismo de inferencia y a la forma de los consecuentes.

A diferencia del esquema Mamdani, en el modelo Sugeno los consecuentes de las reglas no se representan mediante conjuntos difusos, sino mediante funciones algebraicas lineales, lo que conduce a una formulación paramétrica del proceso de estimación. En este trabajo, cada regla se asoció a una función de primer orden de la forma:

$$z_i(x) = a_i x + b_i \quad (6)$$

Donde x es el valor del Índice de Movilidad, y a_i, b_i son coeficientes ajustados a partir de los datos.

a) Base de reglas y activación

Sea A_i el i -ésimo conjunto lingüístico del universo de entrada (*Muy baja, Baja, Media, Alta, Muy alta*). La i -ésima regla del sistema Sugeno se define como:

$$R_i: \text{Si } x \text{ es } A_i, \text{ entonces } z_i(x) = a_i x + b_i \quad (7)$$

Para un valor de entrada x , el grado de activación de cada regla se calcula mediante la función de membresía del antecedente:

$$w_i = \mu_{A_i}(x), \quad i = 1, \dots, 5 \quad (8)$$

Estos grados de activación cuantifican la contribución relativa de cada regla al proceso de inferencia.

b) Estimación de los parámetros mediante mínimos cuadrados ponderados

Los coeficientes a_i y b_i de cada regla se estimaron empleando el método de Mínimos Cuadrados Ponderados (*Weighted Least Squares*, WLS), utilizando como pesos los grados de membresía de las observaciones al conjunto A_i . Para un conjunto de datos $\{(x_k, y_k)\}_{k=1}^N$, donde y_k representa el *dwell time* observado, el ajuste local de la regla i se formuló como:

$$\min_{a_i, b_i} \sum_{k=1}^N w_{ik} (y_k - (a_i x_k + b_i))^2, \quad w_{ik} = \mu_{A_i}(x_k) \quad (9)$$

La solución en forma cerrada se obtuvo mediante las siguientes sumas ponderadas:

$$S_w = \sum_k w_{ik} \quad (10)$$

$$S_{wx} = \sum_k w_{ik} x_k \quad (11)$$

$$S_{wx^2} = \sum_k w_{ik} x_k^2 \quad (12)$$

$$S_{wy} = \sum_k w_{ik} y_k \quad (13)$$

$$S_{wxy} = \sum_k w_{ik} x_k y_k \quad (14)$$

a partir de las cuales los coeficientes se calcularon como:

$$a_i = \frac{S_w S_{wxy} - S_{wx} S_{wy}}{S_w S_{wx^2} - S_{wx}^2} \quad (15)$$

$$b_i = \frac{S_{wy} - a_i S_{wx}}{S_w} \quad (16)$$

Este procedimiento permite obtener una regresión local para cada regla, consistente con la estructura difusa del sistema y con la distribución empírica de los datos.

c) Funciones consecuentes resultantes

La aplicación del procedimiento anterior dio lugar a un conjunto de funciones consecuentes explícitas para cada escenario operativo definido en la arquitectura jerárquica. Para el caso sin herramienta de apoyo, las funciones resultantes fueron:

$$\begin{aligned} z_{MB}(x) &= -3.79x + 29.16 \\ z_B(x) &= -2.26x + 25.81 \\ z_M(x) &= -2.01x + 25.18 \\ z_A(x) &= -2.13x + 25.93 \\ z_{MA}(x) &= -2.05x + 25.32 \end{aligned} \quad (17)$$

De manera análoga, para los usuarios que emplean bastón, las funciones obtenidas fueron:

$$\begin{aligned} z_{MB}(x) &= -5.64x + 67.49 \\ z_B(x) &= -6.76x + 70.07 \\ z_M(x) &= -6.18x + 68.09 \\ z_A(x) &= -4.87x + 58.87 \\ z_{MA}(x) &= -6.66x + 74.29 \end{aligned} \quad (18)$$

Para el escenario andadera, las funciones consecuentes se definieron como:

$$\begin{aligned} z_{MB}(x) &= -8.58x + 92.32 \\ z_B(x) &= -8.47x + 91.87 \\ z_M(x) &= -6.61x + 83.81 \\ z_A(x) &= -6.51x + 83.05 \\ z_{MA}(x) &= -8.18x + 97.98 \end{aligned} \quad (19)$$

Finalmente, para usuarios en silla de ruedas, las funciones obtenidas fueron:

$$\begin{aligned} z_{MB}(x) &= -17.48x + 178.40 \\ z_B(x) &= -16.23x + 175.29 \\ z_M(x) &= -12.77x + 161.90 \\ z_A(x) &= -15.21x + 178.86 \\ z_{MA}(x) &= -17.06x + 194.00 \end{aligned} \quad (20)$$

Estas expresiones constituyen la parametrización completa del modelo Sugeno y representan el equivalente funcional de los parámetros de las funciones de membresía empleados en el modelo Mamdani.

d) Agregación y obtención del valor crisp

La salida final del sistema Sugeno se obtiene mediante un promedio ponderado de las salidas individuales de cada regla, sin requerir un proceso de defuzzificación adicional. Para un valor de entrada x , el dwell time estimado se calcula como:

$$\hat{z}(x) = \frac{\sum_{i=1}^5 w_i z_i(x)}{\sum_{i=1}^5 w_i} = \frac{\sum_{i=1}^5 \mu_{A_i}(x)(a_i x + b_i)}{\sum_{i=1}^5 \mu_{A_i}(x)} \quad (21)$$

Este esquema garantiza una transición suave entre regiones del universo de entrada y produce directamente una estimación numérica del *dwell time*, lista para su análisis y comparación con el modelo Mamdani.

G. Esquema de validación

Con el objetivo de evaluar la capacidad de generalización de los modelos sobre datos no vistos durante la calibración, se adoptó un esquema de validación cruzada con $k = 5$ pliegues. Para cada categoría, el conjunto de observaciones fue mezclado aleatoriamente (*random state* = 42) y dividido en cinco subconjuntos de igual tamaño. En cada iteración, el modelo Sugeno fue recalibrado exclusivamente con el 80% de los datos, y sus métricas se evaluaron sobre el 20% restante, completamente ajeno al proceso de calibración. Cada observación fungió como dato de prueba exactamente una vez. El modelo Mamdani, al emplear parámetros fijos por diseño experto, fue evaluado con los mismos pliegues sin recalibración, lo que permite cuantificar su capacidad de generalización sin ajuste a los datos de entrenamiento.

Como referencia adicional se incluyó un modelo de regresión lineal simple de la forma $\hat{t} = \alpha x + \beta$, cuyos coeficientes fueron estimados por mínimos cuadrados en cada pliegue de entrenamiento. A diferencia del Sugeno, que ajusta cinco funciones lineales locales ponderadas por las funciones de membresía de cada región lingüística, la regresión lineal ajusta una única relación global entre el índice de movilidad y el dwell time, sin distinguir comportamientos diferenciados a lo largo del dominio. Este modelo representa el umbral mínimo de desempeño que cualquier método más complejo debería superar para justificar su uso. Las métricas reportadas en la Sección IV corresponden al promedio de los cinco pliegues para cada modelo.

IV. RESULTADOS

La evaluación del desempeño de los modelos Mamdani y Sugeno se realizó en dos etapas: un análisis del comportamiento de las salidas mediante pronósticos puntuales y una validación estadística mediante validación cruzada k-fold.

A. Análisis de pronósticos puntuales

Para examinar la respuesta de los sistemas en distintas regiones del dominio de entrada, se seleccionaron casos representativos que cubren el espectro del índice de movilidad ($x \in [1, 10]$) en las cuatro categorías operativas. La Tabla V detalla los valores de dwell time observados en campo contrastados con las estimaciones generadas por ambos modelos.

Tabla V. Ejemplos ilustrativos de pronóstico del *dwell time*

Herramienta	Movilidad	Tiempo observado (s)	Mamdani (s)	Sugeno Tipo 1 (s)
Sin herram.	2	21.80	21.55	21.44
Sin herram	7	10.75	11.15	11.06
Sin herram	9	6.00	8.45	6.80
Bastón	3	49.86	47.85	49.87
Bastón	7	23.27	24.60	24.84
Bastón	10	7.75	12.49	7.84
Andadera	1	85.94	76.48	83.70
Andadera	6	46.09	48.44	44.11
Andadera	10	15.56	22.52	16.30
Silla	1	163.87	145.00	160.79
Silla	6	83.74	87.58	85.46
Silla	10	18.43	36.15	23.58

La Figura 5 ilustra el escenario de usuarios sin herramienta de apoyo. Se observa que ambos modelos siguen una tendencia decreciente coherente con la física del movimiento. No obstante, el modelo Sugeno muestra una mayor proximidad a la línea de identidad ($y = \hat{y}$) en los rangos de movilidad intermedia, donde el modelo Mamdani presenta una ligera dispersión escalonada atribuible al proceso de defuzzificación por centroide.

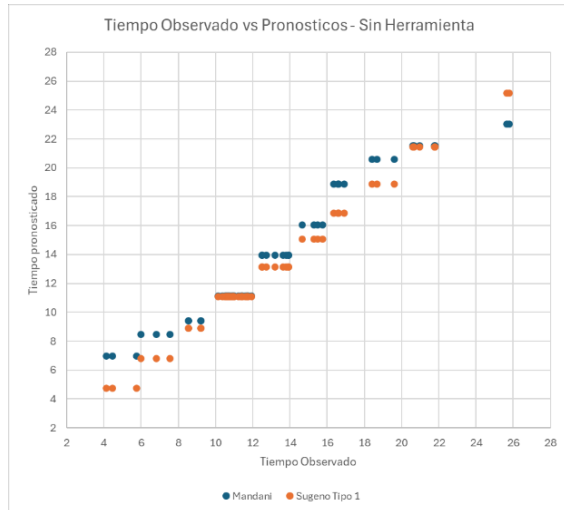


Figura 5. Dwell time observado vs. pronosticado — Sin herramienta.

Por su parte, la Figura 6 corresponde a usuarios con bastón. Aquí se evidencia un incremento en la variabilidad natural del dwell time. Aunque el sistema Mamdani mantiene una aproximación general adecuada, se aprecian desviaciones en los valores extremos del dominio, donde los consecuentes difusos fijos no logran capturar la pendiente real de la relación. En contraste, la nube de puntos generada por Sugeno conserva una alineación más consistente con los registros observados gracias a la adaptación local de sus coeficientes.

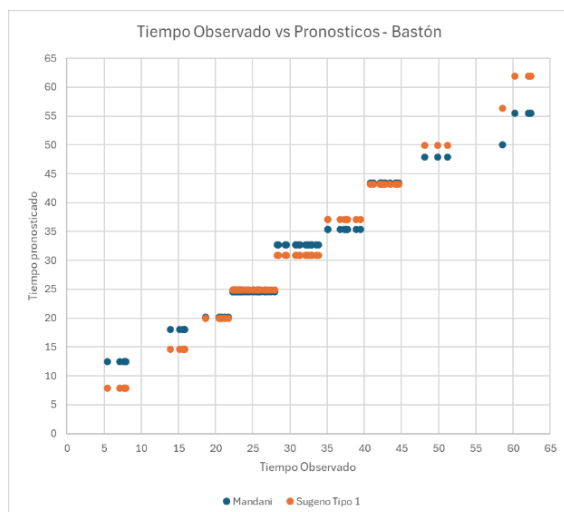


Figura 6. Dwell time observado vs. pronosticado — Bastón.

En el caso de usuarios con andadera (Figura 7), la dispersión de los datos reales aumenta significativamente.

Bajo estas condiciones, las salidas del modelo Mamdani tienden a concentrarse en bandas horizontales como efecto de la defuzzificación, alejándose de la diagonal ideal. El modelo Sugeno, gracias a sus consecuentes funcionales, logra reducir estas desviaciones ajustándose mejor a la varianza de los tiempos intermedios, lo que indica que la calibración local por región lingüística es especialmente relevante en categorías con mayor heterogeneidad operativa.

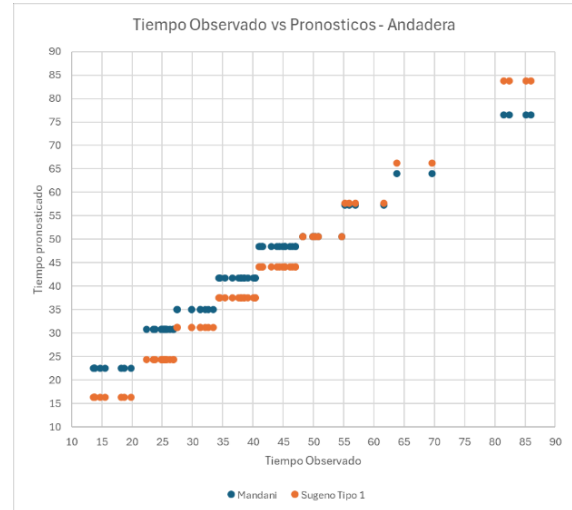


Figura 7. Dwell time observado vs. pronosticado — Andadera.

Finalmente, la Figura 8 representa el escenario crítico de usuarios en silla de ruedas, caracterizado por los tiempos de servicio más elevados y heterogéneos. Si bien ambos enfoques capturan la magnitud general del evento, el modelo Sugeno presenta una aproximación más robusta, reduciendo la distancia vertical respecto a los datos observados. Este comportamiento es consistente con la mayor amplitud del universo de discurso de salida en esta categoría, donde los consecuentes fijos del Mamdani introducen mayor error absoluto.

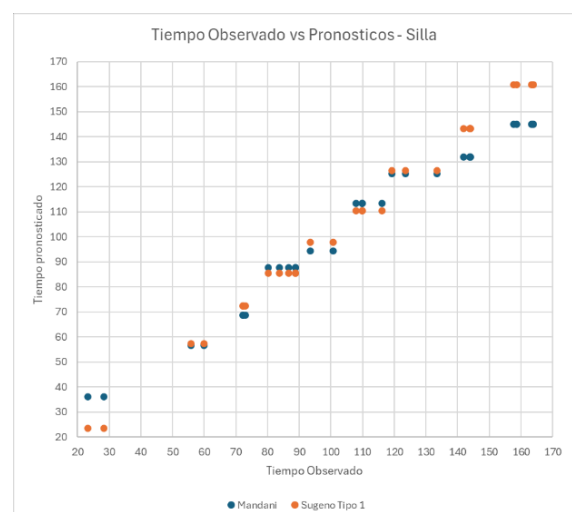


Figura 8. Dwell time observado vs. pronosticado — Silla de ruedas.

B. Validación estadística mediante validación cruzada k-fold

Con el objetivo de cuantificar el desempeño global de los modelos sobre datos no vistos durante la calibración, se aplicó el esquema de validación cruzada descrito en la Sección III-G. Adicionalmente a los modelos difusos, se incluyó como referencia un modelo de regresión lineal simple de la forma $\hat{y} = ax + b$, cuyos coeficientes fueron estimados por mínimos cuadrados en cada pliegue de entrenamiento. Este modelo representa el umbral mínimo de desempeño que cualquier método más complejo debería superar para justificar su uso, y sus resultados se consolidan junto a los de los modelos difusos en la Tabla VI.

Las métricas empleadas fueron el error cuadrático medio (RMSE), el error absoluto medio (MAE), el error porcentual absoluto medio (MAPE) y el coeficiente de determinación R^2 , definidas en las ecuaciones (22) a (25). La Tabla VI consolida los resultados promedio de los cinco pliegues para los tres modelos evaluados.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2} \quad (22)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |y_k - \hat{y}_k| \quad (23)$$

$$MAPE = \frac{100}{N} \sum_{k=1}^N \left| \frac{y_k - \hat{y}_k}{y_k} \right| \quad (24)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2}{\sum_{k=1}^N (y_k - \bar{y})^2} \quad (25)$$

Tabla VI. Métricas de desempeño por validación cruzada 5-fold (promedio $\pm$ desviación estándar).

Herramienta	Modelo	RMSE (s)	MAE (s)	MAPE (%)	R^2
Sin herramienta	Sugeno	0.58 $\pm$ 0.07	0.51 $\pm$ 0.06	4.54 $\pm$ 0.85	0.953 $\pm$ 0.07
	Reg. Lineal	0.71 $\pm$ 0.11	0.57 $\pm$ 0.05	4.60 $\pm$ 0.68	0.949 $\pm$ 0.06
	Mamdani	9.55 $\pm$ 1.66	8.54 $\pm$ 1.58	83.35 $\pm$ 23.69	-6.27 $\pm$ 6.08
Bastón	Sugeno	1.62 $\pm$ 0.30	1.42 $\pm$ 0.31	5.68 $\pm$ 1.76	0.967 $\pm$ 0.04
	Reg. Lineal	1.74 $\pm$ 0.35	1.53 $\pm$ 0.35	6.37 $\pm$ 1.84	0.962 $\pm$ 0.04
	Mamdani	22.97 $\pm$ 6.17	19.71 $\pm$ 5.74	104.38 $\pm$ 45.32	-3.17 $\pm$ 0.61
Andadera	Sugeno	2.27 $\pm$ 0.18	1.96 $\pm$ 0.18	6.06 $\pm$ 0.98	0.978 $\pm$ 0.01
	Reg. Lineal	2.42 $\pm$ 0.34	2.11 $\pm$ 0.33	6.47 $\pm$ 1.14	0.975 $\pm$ 0.01
	Mamdani	34.89 $\pm$ 4.49	28.91 $\pm$ 4.30	110.65 $\pm$ 17.22	-3.86 $\pm$ 0.91
Silla	Sugeno	3.85 $\pm$ 0.92	3.20 $\pm$ 0.83	4.80 $\pm$ 2.85	0.990 $\pm$ 0.01
	Reg. Lineal	3.91 $\pm$ 1.53	3.47 $\pm$ 1.37	5.13 $\pm$ 3.01	0.988 $\pm$ 0.01
	Mamdani	76.64 $\pm$ 9.24	64.59 $\pm$ 11.55	99.83 $\pm$ 43.13	-2.77 $\pm$ 0.26

El modelo Mamdani emplea parámetros fijos por diseño experto y se evalúa sin recalibración en cada pliegue, lo que permite cuantificar su sensibilidad ante subconjuntos de datos no vistos durante el diseño.

C. Análisis comparativo de los modelos

Los resultados de la validación cruzada permiten extraer tres conclusiones analíticas con implicaciones directas para la selección de arquitectura en sistemas operativos de transporte.

En primer lugar, el modelo Sugeno Tipo 1 generaliza adecuadamente sobre datos no vistos en todas las categorías, con R^2 entre 0.953 y 0.990 y errores absolutos inferiores a 4 s incluso en el escenario más exigente. La comparación con la regresión lineal confirma que el Sugeno aporta valor real más

allá de una relación lineal simple: aunque la diferencia en RMSE es moderada en términos absolutos (entre 0.06 s y 0.13 s según la categoría), el Sugeno supera sistemáticamente a la regresión en todas las métricas y categorías, evidenciando que la ponderación por funciones de membresía captura comportamientos no lineales en los extremos del índice de movilidad que una única pendiente global no puede representar. Cabe señalar que el empleo de una única variable de entrada con reglas monotónicas no reduce el sistema a una relación determinista equivalente a la regresión: mientras la regresión impone una pendiente global fija, el sistema difuso ajusta localmente la contribución de cada región lingüística mediante las funciones de membresía, capturando la transición gradual e incierta entre estados de movilidad. Esta capacidad de representar la incertidumbre inherente al proceso de abordaje, y no la interacción entre múltiples variables, es precisamente el aporte de la lógica difusa en este dominio. Los resultados del k-fold respaldan empíricamente esta distinción.

En segundo lugar, el comportamiento del modelo Mamdani revela una limitación estructural relevante para entornos de producción. Los ejemplos puntuales de la Tabla V y las Figuras 5–8 muestran estimaciones aparentemente razonables en la mayoría de las categorías, lo que podría sugerir un desempeño aceptable cuando el modelo se evalúa sobre los mismos datos con los que sus parámetros fueron diseñados. Sin embargo, este aparente desempeño se explica porque los parámetros del Mamdani fueron definidos observando la totalidad de los datos, por lo que el modelo ya conoce la distribución global de los tiempos antes de ser evaluado. Cuando se elimina esa ventaja —como ocurre en el esquema k-fold— y el modelo enfrenta subconjuntos con una distribución local diferente a la global, sus parámetros fijos generan predicciones fuera del rango de ese subconjunto, produciendo un error cuadrático que supera al de un modelo trivial de promedio constante. Esto se traduce en R^2 negativo y RMSE entre 9.6 s y 76.6 s según la categoría, tal como se reporta en la Tabla VI.

En tercer lugar, y como implicación operativa central, este contraste ilustra por qué la arquitectura Mamdani, siendo funcional en condiciones controladas, no es viable en producción. En un sistema de transporte real el perfil de usuarios que llega en cada jornada no es predecible, y rediseñar manualmente los parámetros ante cada cambio en la distribución de usuarios es inviable. El Sugeno, al recalibrar sus coeficientes directamente sobre los datos disponibles en cada iteración, se muestra robusto ante esta variabilidad y confirma empíricamente la propiedad que lo hace viable para sistemas donde los registros operativos crecen y cambian con el uso del servicio.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó el desarrollo y la evaluación de un sistema de inferencia difusa para la estimación del dwell time asociado a los eventos de ascenso y descenso en transporte accesible, considerando una segmentación jerárquica por tipo de herramienta de apoyo. A partir de datos

reales obtenidos en instalaciones de salud del municipio de Apizaco, Tlaxcala, se implementaron y compararon dos enfoques de inferencia difusa —Mamdani y Sugeno Tipo 1— y un modelo de regresión lineal como referencia, utilizando como variable de entrada común un índice de movilidad definido en el intervalo continuo [1,10].

Los resultados obtenidos muestran que ambos modelos son capaces de representar la tendencia general del tiempo de servicio en función de la movilidad funcional del usuario cuando se evalúan sobre el conjunto completo de datos. No obstante, la validación cruzada k-fold evidencia una diferencia fundamental entre ambas arquitecturas: el modelo Sugeno Tipo 1 mantiene un desempeño robusto ante datos no vistos, con R^2 entre 0.953 y 0.990 en todas las categorías, mientras que el modelo Mamdani, al depender de parámetros fijos definidos por diseño experto, presenta una degradación severa ante subconjuntos con distribución local variable, obteniendo R^2 negativo en todas las categorías evaluadas.

La comparación con la regresión lineal confirma que el Sugeno Tipo 1 aporta valor real más allá de una relación lineal simple, superando a este modelo base en todas las métricas y categorías. Esta ventaja, aunque moderada en términos absolutos, refleja la capacidad del sistema difuso para capturar la no linealidad del proceso de abordaje en los extremos del índice de movilidad.

Desde una perspectiva operativa, los resultados sugieren que el modelo Sugeno Tipo 1 constituye la arquitectura más viable para sistemas de estimación de dwell time en transporte accesible, dado que su mecanismo de calibración basado en datos permite su actualización automática conforme se incorporan nuevos registros operativos. Esta propiedad, que el modelo Mamdani no posee por su naturaleza estática, resulta especialmente relevante en contextos donde el perfil de usuarios cambia con el tiempo y el conocimiento experto disponible para rediseñar el modelo manualmente es limitado. La validación de este estimador en esquemas reales de planificación tipo DARP, así como su extensión a múltiples contextos geográficos, constituyen las líneas de trabajo futuro más inmediatas.

VI. LIMITACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

A pesar de los resultados obtenidos, el presente estudio presenta limitaciones que deben considerarse al interpretar los hallazgos. En primer lugar, el índice de movilidad fue asignado mediante observación directa por un único evaluador siguiendo criterios cualitativos, lo que limita la consistencia interobservador y la reproducibilidad del procedimiento. Trabajos futuros podrían sustituir o complementar este índice con métricas objetivas como la velocidad de aproximación medida con sensores de distancia, el tiempo de ascenso cronometrado por subsegmentos, o el número de micro-pausas durante el abordaje. No obstante, este enfoque tiene precedente en estudios similares donde el análisis de video manual ha sido el método primario de extracción de datos en contextos de transporte accesible [14].

En segundo lugar, la validación cruzada implementada confirma la capacidad de generalización del modelo Sugeno

sobre datos de la misma distribución de origen. La generalización a otros municipios, flotas o configuraciones de vehículo requiere validación adicional con datos externos, lo que representa una extensión natural del presente trabajo.

Finalmente, el tamaño de muestra de la categoría silla de ruedas ($n = 30$) es reducido respecto a las demás categorías, lo que incrementa la varianza de las estimaciones en esa categoría durante la validación cruzada. Ampliar esta muestra en estudios posteriores permitiría obtener estimaciones más estables y representativas para el escenario operativamente más exigente.

REFERENCIAS

- [1] Office of the United Nations High Commissioner for Human Rights (OHCHR), "The right to health: Key aspects and common misconceptions," 2025. [Online]. Available: <https://www.ohchr.org/es/health/right-health-key-aspects-and-common-misconceptions>. Accessed: Nov. 6, 2025.
- [2] Gobierno Municipal de Apizaco, "Gobierno de Apizaco firma convenio con ATAH para apoyar a personas con insuficiencia renal y cáncer," Apizaco, Tlaxcala, Mexico, 2025. [Online]. Available: <https://apizaco.gob.mx/noticias/noticia/2/>. Accessed: Nov. 6, 2025.
- [3] La Jornada de Oriente, "Ofrece el DIF transporte a gente con discapacidad," Tlaxcala, Mexico, 2013. [Online]. Available: <https://www.lajornadadeoriente.com.mx/tlaxcala/ofrece-el-dif-transporte-a-gente-con-discapacidad/>. Accessed: Nov. 6, 2025.
- [4] J.-F. Cordeau and G. Laporte, "The dial-a-ride problem: Models and algorithms," *Annals of Operations Research*, vol. 153, no. 1, pp. 29–46, 2007, doi: 10.1007/s10479-007-0170-8.
- [5] K. Saw et al., "Modelling commuters' travel time perception on an urban corridor using the fuzzy logic technique," *European Transport / Trasporti Europei*, no. 95-2, 2023.
- [6] J.-S. R. Jang, "ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 23, no. 3, pp. 665–685, 1993, doi: 10.1109/21.256541.
- [7] Y. Sun, "Application of fuzzy control algorithm in urban rail transit operation and management," *Journal of Circuits, Systems and Computers*, vol. 34, no. 1, 2025, doi: 10.1142/S021812662642003X.
- [8] M. Amini, Z. Kása, and J. Bokor, "A vehicular traffic congestion predictor system using Mamdani fuzzy inference," *System Theory, Control and Computing Journal*, vol. 1, no. 2, pp. 49–57, 2021.
- [9] L. O. Seman, V. H. R. Machado, L. A. Koehler, and E. Camponogara, "A framework to estimate dwell time of BRT systems using fuzzy regression," *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, vol. 38, no. 1, pp. 1–15, 2020, doi: 10.3233/JIFS-191904.
- [10] E. Chandomí Castellanos and E. N. Escobar-Gómez, "M-ANFIS model to determine the urban travel time with uncertain edges," *Int. J. Combinatorial Optimization Problems and Informatics*, vol. 12, no. 3, pp. 63–78, 2021.
- [11] A. Gholami et al., "An adaptive neural fuzzy inference system model for freeway travel time estimation based on existing detector facilities," *Case Studies on Transport Policy*, vol. 9, no. 4, pp. 1600–1606, 2021, doi: 10.1016/j.cstp.2021.08.009.
- [12] M.-D. Pop, D. Pescaru, and M. V. Micea, "Mamdani vs. Takagi–Sugeno Fuzzy Inference Systems in the Calibration of Continuous-Time Car-Following Models," *Sensors*, vol. 23, no. 21, p. 8791, 2023, doi: 10.3390/s23218791.

- [13] S. Rashidi, S. Ataiean, and P. Ranjitkar, "Estimating bus dwell time: A review of the literature," *Transport Reviews*, vol. 43, no. 1, pp. 32–61, 2022, doi: 10.1080/01441647.2021.2023692.
- [14] L. P. Kostyniuk and C. R. D'Souza, "Effect of passenger encumbrance and mobility aid use on dwell time variability in low-floor transit vehicles," *Transportation Research Part A*, vol. 132, pp. 872–881, 2020, doi: 10.1016/j.tra.2020.01.002.



RICARDO PÉREZ CABRERA recibió el título de licenciatura en Ingeniería Industrial con especialidad en Calidad y Productividad por el Instituto Tecnológico de Apizaco, Tlaxcala México en 2021. Actualmente estudiante de la Maestría en Sistemas Computacionales en el mismo instituto. Sus intereses de investigación incluyen el desarrollo e implementación de algoritmos en ámbitos industriales y de planeación.



RODOLFO ELEAZAR PÉREZ-LOAIZA obtuvo el grado de Licenciado en Ingeniería Industrial y el grado de Maestro en Ciencias en Computación en el Instituto Tecnológico de Apizaco (ITA), Apizaco, Tlaxcala, México, en 1999 y 2022, respectivamente, así como el grado de Doctor en Logística y Gestión de la Cadena de Suministro en la Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla (UPAEP), en 2015.

Actualmente se desempeña como profesor de tiempo completo en la División de Estudios de Posgrado e Investigación del ITA. Su área de interés se relaciona con el análisis y la optimización de cadenas de suministro y redes logísticas, mediante el uso de técnicas de investigación de operaciones e inteligencia computacional.



PERFECTO MALAQUÍAS QUINTERO FLORES obtuvo el título de Ingeniería Industrial por el Tecnológico Nacional de México – Instituto Tecnológico de Apizaco, el grado de Maestría en Ciencias Computacionales por el Tecnológico Nacional de México – Instituto Tecnológico de Toluca, obtuvo el grado de Doctor en Ciencias de la Computación (Informatique) por la Universidad de Montpellier (UM), trabajando su disertación doctoral en el Laboratorio de Investigación en

Ciencias de la Computación, Robótica y Microelectrónica (LIRMM) del Centro Nacional de Investigación Científica (CNRS) de Francia. Actualmente es Profesor Investigador de tiempo completo en el Departamento Sistemas y Computación del TecNM – IT Apizaco y de medio tiempo en FCBIyT de la UATx. Las áreas de investigación de su interés son Ciencia de Datos, Big Data, Computación de Alto Rendimiento, Inteligencia Artificial Centrada en Datos, Inteligencia Artificial Centrada en el Ser Humano y Procesamiento del Lenguaje Natural.



PAULINA GALINDO-GARRIDO recibió el título de licenciatura en Ingeniería Electrónica con especialidad en Control y Automatización en la Industria 4.0 por el Instituto Tecnológico de Apizaco, Tlaxcala, México en 2024. Actualmente estudiante de la Maestría en Sistemas Computacionales en el mismo instituto. Sus intereses de investigación incluyen el desarrollo e implementación de tecnologías inteligentes, así como las tecnologías de IoT y SioT, Aprendizaje Automático centrado en datos.



OMAR ATRIANO-VENTA recibió el título de la licenciatura en Sistemas Computacionales por la Universidad De Las Américas Puebla en el 2025. Siendo actualmente estudiante de la Maestría en Sistemas Computacionales en Tecnológico Nacional de México campus IT Apizaco trabajando en investigaciones sobre minería de datos, procesamiento de lenguaje natural e inteligencia artificial generativa.